

4

数学・数学 I の実践事例

〔ステップ1〕 単元①における
課題と改善策

単元 「二次関数とそのグラフ」(8時間)
教科書「高等学校 新編数学 I」pp. 58～73
(第一学習社)

概要

- 単元の導入(3時間目)において、クラス全員で同じ問題に取り組ませた。
- 問題の解法を説明することに苦手意識を持つ生徒が多く、グループワークには4月当初から取り組み、生徒に説明させることを繰り返してきた。単元の導入の授業で例題に取り組ませたということもあり、生徒の学習状況はおおむね満足できるものであった。

課題

- グループで話し合った内容をクラス全体に分かりやすく説明することは課題となった。
グループでの話し合いはそれなりにできていたが、クラス全体に発表し、論理的に分かりやすく説明することは十分にできなかったことから、今後も取り組むべき課題となった。

改善策

- 段階を追って、考えることができるワークシートを工夫した。
基礎的・基本的な知識・技能の活用を図る問題において、生徒たちが段階を追って、順序立てて考えたことを記述できるようなワークシートを作成することとした。
- ほかの生徒たちに分かりやすく説明する力をより身に付けさせることを意図した。
クラスを二つに分けて、異なる問題に取り組ませ、グループの中での学び合いを通じて、初めて説明を聞く生徒たちに、分かりやすく説明ができるよう、論理的に考える力や表現力を育成することを意図した。

〔ステップ2〕 単元②における
成果と課題及び改善策

単元 「二次方程式・二次不等式」(11時間)
教科書「高等学校 新編数学 I」pp. 84～103
(第一学習社)

1 単元指導計画

| | 関心・意欲・態度 | 数学的な見方や考え方 | 数学的な技能 | 知識・理解 | 単元で身に付けさせたい力 |
|---------|--|---|--|---|---------------------------------------|
| 単元の評価規準 | 二次関数のグラフと x 軸の位置関係から、二次方程式や二次不等式の解について関心を持ち、調べようとしている。 | 二次関数のグラフと x 軸の位置関係を二次方程式の解に対応させて考察することができる。 | <ul style="list-style-type: none"> ・二次関数のグラフとx軸の位置関係を二次方程式の解を用いて求めることができる。 ・二次関数のグラフを活用して二次不等式の解を求めることができる。 | <ul style="list-style-type: none"> ・二次関数のグラフとx軸の位置関係と二次方程式の解との関係を理解している。 ・二次不等式の解の意味を二次関数のグラフとの関係から理解している。 | 二次方程式の解の個数や二次不等式の解を二次関数のグラフを活用して考察する力 |

※ 表中の「関」＝関心・意欲・態度、「考」＝数学的な見方や考え方、「技」＝数学的な技能、「知」＝知識・理解

| 次 | 時 | 評価の観点 | | | | 評価の方法 | 主たる活動 | 指導上の留意点・ポイント |
|---|---------------|-------|---|---|---|-------|--|---------------------------------|
| | | 関 | 考 | 技 | 知 | | | |
| 1 | 1 | | | | | | ○因数分解や解の公式などの適切な方法で二次方程式を解く。 | ・因数分解、解の公式を確認させる。 |
| 2 | 2 | ○ | | | | 行動の観察 | ○二次方程式の実数解に着目し、その個数について調べる。 | ・解の公式を利用して、実数解の個数を求めないように注意させる。 |
| 3 | 3 4 5 | | ○ | | ○ | 記述の確認 | ○二次関数のグラフと x 軸との共有点の個数を判定する方法について考察し、表現する。 | |
| 4 | 6 7 | | | ○ | ○ | 記述の確認 | ○二次不等式の解法を、二次関数のグラフを利用して理解する。 | ・グループで二次不等式の解法を考察させる。 |
| 5 | 8 | | | ○ | | 記述の確認 | ○二次不等式の連立について理解する。 | |
| 6 | 9 10 11 | ○ | ○ | | | 記述の確認 | ○単元のまとめの問題に取り組む。二次方程式の解の符号を二次関数のグラフと x 軸の位置関係に対応させて考察し、表現する。 | ・グループで単元のまとめの問題を考察させる。 |

2 本時の展開（本時は第9時）

【本時の目標】

- 二次方程式が与えられた範囲に解を持つための条件について考察する。

| 分 | 学習活動 | 学習活動における評価規準 | 評価方法 |
|-------------------------|---|--|-------|
| 5分 10分 25分 10分 | <p>課題 二次方程式 $x^2 + 2mx + 2m + 3 = 0$ が次のような実数解を持つとき、定数 m の値の範囲を求めましょう。</p> <p>(1) 異なる二つの負の解 (2) -4 より大きい異なる二つの解</p> <p>○ (1)・(2)について個人で考察し、ワークシートに記入する。</p> <p>○ クラスを二つに分けて、さらにグループに分けて、それぞれ(1)・(2)のうち一問を担当し、個人で考察したことをグループ内で説明する。</p> <p>○ グループ内で、解き方について討論し、解答を完成する。</p> <p>○ (1)・(2)の解答を指示された1グループずつが発表する。</p> | <p>【数学的な見方や考え方】 二次方程式の解の符号を二次関数のグラフと x 軸の位置関係に対応させて考察している。</p> | 記述の確認 |

3 言語活動の充実を図る指導の工夫

(1) 考えを持たせ、広げさせる工夫

◎ グループワークにより、考えさせる場面を作る

ほとんどの生徒が、教科書通りの平易な問題ならまず解くことができるので、単元のまとめの課題として難解な問題を、グループで考えさせることにした。1学期の中間試験終了後からグループワークを取り入れている。単元のまとめであるから、生徒たちにとって、グループで学びあう必然性のある教科書通りではない課題を与えることで、生徒たちに考えさせる場面を作ることにした。

◎ 考えさせる視点を与える

生徒たちに考えさせるには、いきなり課題を与えて「考えなさい」と言っても、単元のまとめの課題であるので難しい。そこで、生徒が段階を追って考えられるようにワークシートを工夫した。具体的には、まず問題の二次方程式 $x^2+2mx+2m+3=0$ の解を二次方程式のグラフで表現させた。次に、グループで、与えられた範囲に解を持つための条件について話し合わせた。そして、次時以降の授業で、グループで解法及び解答を検討させた。生徒が段階を追って考えることができるように、考えさせる視点を与えることにした。グループで検討させることで、生徒は難解な問題でも解答を導き出すことができるのではないかと考えた。

(2) 考えを深めさせる工夫

◎ ほかの生徒の考えを知る場面を作る

いくつかの小グループを二つの大きなグループに分け、それぞれ異なる問題に取り組ませた後、一つの小グループが、全体に対して解法等を説明した。解法を知らない生徒に、より分かりやすく説明するためには、要点をまとめたり、なぜそう考えたのかを説明したりすることにより、思考力・判断力・表現力等の育成に役立つと考えた。

◎ 授業者が説明しないで、生徒に問い掛ける

単元のまとめとして、グループの代表に説明させても、分かりやすく説明できないかもしれない。しかし、授業者が言葉を補ったり、「君の言いたいことはこういうことかな」と言ったりしてしまうと生徒たちの考える機会を奪うことになる。生徒がクラス全体に発表するときは、生徒の説明が終わるのを待って、クラス全体に「合っているかな」、「説明は分かったかな」や「質問は」などと問い掛けることで、クラス全体に発表させる場面も、生徒に考えさせる貴重な機会と考えた。

(3) 時間の確保

◎ ICT 機器の活用

生徒が説明する際に、ワークシートに記述したものを書画カメラで投影することで、板書に掛かる時間を、グループワークで考えさせる時間に充てることができ、生徒たちに考えさせる時間をより確保できると考えた。

4 生徒の記述や発表



《第 11 時に回収したワークシートの記述例》

(1) 異なる二つの負の解の課題に取り組んだもの

問 2 異なる負の解を持つための条件は何か。

x 軸と異なる 2 点で交わること、軸が y 軸の左側にあること、及び $f(0) > 0$ であること。

問 3 グループで条件についてまとめなさい。

x 軸と異なる 2 点で交わる。すなわち $D > 0$
 軸が y 軸の左側にある。すなわち $x = -m < 0$
 $f(0) > 0$ である。すなわち $2m + 3 > 0$

グループで協議したことによって、条件を言葉だけでなく、数式で表現できたことが分かる。

問 4 解答を書きなさい。

$f(x) = x^2 + 2mx + 2m + 3$ とおき、二次方程式 $f(x) = 0$ の判別式を D とする。

$f(x) = (x + m)^2 - m^2 + 2m + 3$ から、二次関数 $y = f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で、軸は $x = -m$ である。

また、 $D = (2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2m + 3) = 4(m^2 - 2m - 3)$

二次方程式 $f(x) = 0$ が異なる負の解を持つには、二次関数 $y = f(x)$ のグラフが x 軸の負の部分と異なる 2 点で交わればよい。そのための条件は次の三つが成り立つことである。

◎ $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わる。すなわち $D > 0$

$m^2 - 2m - 3 = 0$ を解いて、 $(m - 3)(m + 1) = 0$

$m = 3, -1$ であることから、 $m < -1, 3 < m \dots \dots \textcircled{1}$

◎ $y = f(x)$ のグラフが軸が y 軸の左側にある。すなわち $x = -m < 0$

これを解いて、 $m > 0 \dots \dots \textcircled{2}$

◎ $f(0) > 0$ である。すなわち $2m + 3 > 0$

これを解いて、 $m > -\frac{3}{2} \dots \dots \textcircled{3}$

グループで協議したことによって、なぜその数式と答えが導かれたのか明確に記述されている。

①、②、③の共通な範囲を求めると、答え $-\frac{3}{2} < m < -1, 3 < m$

《生徒の単元の振り返り》

《「二次方程式・二次不等式を学習して、どんな力が身に付いたか?」に対する生徒の記述》

- 解の公式など習った事項を活用していくこと
- その答えにたどり着くまでの条件を探し、なぜそのように解くかを考える力
- 一つひとつの問題でどのような条件を使って答えにつながるかを考える力
- グラフを描く力、読み取る力、文章にして自分の考えを説明できる力

思考力・判断力・表現力等に関する記述

《「全体討論で発表者の説明を聞いて、自分の考えがどう変化したか?」に対する生徒の記述》

- 友達の答えと自分の答えを比べて、間違っている部分を正しく直した上で、正答を導くことができた。自分の答えが間違っているでも考えることができるようになった。
- 初めは、意味が分からず書いていただけだったが、「こういう意味や、こういう成り立ちで、この条件が必要なのだ」と理解できた。

ほかの生徒の考えを知ることの良さに関する記述

5 実践の成果

- これまで、単元のまとめの問題については、説明してから生徒に取り組みさせていたが、本時の授業においては、最初からグループで取り組ませた。難しい問題にも、生徒が教え合い、学び合う場面が見られた。
- グループワークの必然性のある課題を提示することにより、生徒たちがお互いに分からない点を学び合っていた。
- 以上のような指導の工夫を行うことによって、本時の目標である「二次方程式が与えられた範囲に解を持つための条件について考察する」は、記述の確認により、おおむね満足できる状況であった。グループワークを繰り返し、分かりやすく説明するために、グループでの話し合いを重視したことで生徒の論理的思考力や表現力はおおむね満足できる状況に達していた。

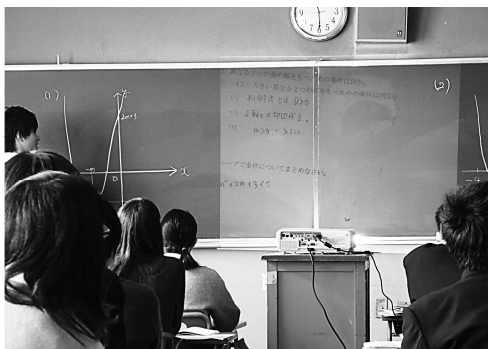
6 実践の課題と改善策

課題

- 生徒に提示する課題の難易度を検討することが課題となった。
今回のように課題が難しいと、生徒が課題を解決することに苦労してしまう場合もある。生徒の学習状況を踏まえた課題を提示することで、生徒に意欲的に学習活動に取り組ませることができる。しかし、思考力・判断力・表現力等の育成を図るには、難しい課題を提示することも必要であり、課題の難易度をどのように設定し、提示していくかが課題である。
- ICT 機器の活用方法には課題が残った。
書画カメラの使用については教室が明るかったこともあり、投影した生徒の記述がよく見えなかったことから、ICT 機器の活用については、教室の環境などに配慮した効果的な活用が課題である。

改善策

- 生徒が思考・判断した結果をどのように表現するかをより明確にした上で、生徒同士の学び合いや教え合いにつながる適切な課題の設定と提示の仕方を今後もさらに考える必要がある。
- 書画カメラは、使い続けることで使い方に習熟できるので、見せることを前提とした書き方を継続して指導していく必要がある。



[ステップ3] 年間指導計画作成の視点

◎ 段階を追って力を身に付けさせる

2回目の単元では、基礎的・基本的な知識・技能の活用を図る単元のまとめの問題において、生徒が段階を追って、論理的に考えたことを記述できるように、ワークシートを工夫した。具体的には、次のような工夫を行った。

- ① 個人で問題の二次方程式 $x^2 + 2mx + 2m + 3 = 0$ の解を二次関数のグラフで表現させる。
- ② グループで、与えられた範囲に解を持つための条件について話し合わせる。
- ③ 次時以降の授業において、グループで解答を検討させる。

以上のように、段階を追って考えさせることで、難易度の高い問題であっても、取り組むことができていた。

また、ほかの生徒たちに分かりやすく説明させる力を身に付けさせることが課題となっていた。そこで、いくつかの小グループを二つの大きなグループに分け、それぞれ異なる問題に取り組ませた。その後、一つの小グループを指名し、全体に対して解法等を説明させた。解法を知らない生徒に、より分かりやすく説明するためには、要点をまとめたり、なぜそう考えたのかを説明したりすることが必要になった。

本時の授業において、生徒たちが難しい問題であっても意欲的に教え合い、学び合う場面が見られた。また、グループワークを繰り返し、分かりやすく説明させることを意識させることによって、1回目の授業実践に比べると、説明する力を身に付けさせることができた。

生徒が段階を追って考えられるようにワークシートを作成したが、今後は、例えば、これまで解法を授業者が説明した後、問題に取り組ませていたものを、早い段階から生徒同士で教え合い、学び合いをしながら考えさせ、問題の難易度を徐々に高めていくことができる。

より論理的に分かりやすく説明しなければ、相手に伝わらないという説明場面を設定することで、論理的な思考力や表現力を身に付けさせることができる。生徒の思考力・判断力・表現力等の育成は、1時間だけ、あるいは一つの単元だけ意識しても身に付けさせることはできないので、数学的な見方や考え方について、常に意識し、年間を通して育成していくことが大切である。

