

光陵高等学校「数学 A」学習指導案

- 1 学 年 第 1 学年
- 2 科目名 数学 A
- 3 単元名 (教科書名) 場合の数と確率 場合の数 (数研出版「改訂版 数学 A」)
- 4 単元の目標

中学校で扱った基本的な個数の処理の考え方を基にして、樹形図などを用いて、順列や組合せについて理解させるとともに、それを具体的な場面に活用できるようにし、実生活に数学的な見方や考え方が活用できることを認識させる。

5 単元について

教材観・題材観

身近にある具体的な事柄を扱うことができる単元である。様々な場合の数を正しく求めるためには、ことばの表現を正確に読み取り論理的に考えることが求められるが、実生活において事象を数学的に考察し、数学的な見方や考え方のよさを認識できる題材である。

生徒観 (生徒の状況)

他の単元では身近な場面での数学の有用性を実感できる機会が少ないが、この単元において生徒は身近な題材に興味をもって取り組むことができる。しかし、ことばの表現を正確に読み取り、順列なのか組合せなのか、どのような考え方で求めればよいのかを判断し、正確に場合の数を求めることに困難を感じる生徒も多いことが予想される。

指導観 (主な支援)

できるだけ身近で具体的な事柄を扱い、樹形図やその他の図などを用いて視覚的に説明して理解させる。固有な解法をする問題については、自ら考え方を発見できるように導く。順列と組合せや微妙な表現の違いによる考え方の違いについて、分類・整理して指導する。

6 解決を目指す課題

身近な場面での数学の有用性を実感する機会が少なく、授業への集中力や主体的に取り組む姿勢が十分ではない。また、知識・理解の力に比べて、問題文の意味を正確に読み取り、考えをまとめて表現する力が不足している。

7 課題解決の方法

「数学 A」の「場合の数」において、グループ学習を取り入れ、身近な事象に「順列」や「組合せ」の考え方を当てはめて考察し、発表させる。

8 課題解決の状況を確認する方法

- ・ワークシートの記述内容
- ・授業終了時に書かせて提出させる、問題づくりや問題解決の過程、感想の内容

9 単元の指導と評価の計画

(1) 単元の時間数 6 時間 (1 時間の授業は 90 分)

(2) 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
順列や組合せの考え方に関心をもつとともに、順列や組合せを用いて個数を数えることの有用性を認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。	順列や組合せの考え方を身に付け、具体的な事象についてそれらを用いて考察することができる。	様々な場合の数を順列 ${}_n P_r$ や組合せ ${}_n C_r$ を用いて表現し、適切に処理することができる。	順列や組合せにおける基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付けている。

(3) 指導と評価の計画

時	学習内容	指導内容	評価規準 (評価の観点)	評価方法
1	樹形図、和の法則、積の法則を利用して場合の数を求める。	場合の数をもれなく重複することなく求めるためには、規則正しく列挙することが必要であり、それには法則があることを理解させる。	和の法則や積の法則に関心を持ち、場合の数を求めるために活用しようとする。 【関心・意欲・態度】	観察、課題プリント、定期テスト
2	階乗 $n!$ や順列 ${}_n P_r$ を利用して場合の数を求める。	樹形図、積の法則から、順列の意味や $n!$ 、 ${}_n P_r$ の計算方法を理解させ、具体的な順列の総数を求めさせる。	順列や組合せに関心を持ち、具体的な事象の考察に活用しようとする。 【関心・意欲・態度】 順列や組合せを用いて、場合の数を求めることができる。 【表現・処理】 順列の意味や $n!$ 、 ${}_n P_r$ の計算方法について理解し、基礎的な知識を身に付けている。 【知識・理解】	観察、課題プリント、定期テスト
3	円順列、重複順列、同じものを含む順列の考え方をを用いて、部分集合の個数、2 つの部屋に分ける方法、道順の総数などを求める。	順列を拡張して、円順列、重複順列、同じものを含む順列について理解させ、それらを利用するいろいろな問題を解かせる。	具体的な場面における順列の総数を、円順列、重複順列、同じものを含む順列を用いて考察することができる。 【数学的な見方や考え方】 円順列、重複順列、同じものを含む順列について理解し、基礎的な知識を	観察、課題プリント、定期テスト

			身に付けている。 【知識・理解】	
4	組合せ ${}_n C_r$ 、重複組合せを利用して、組分けの問題などのいろいろな組合せの総数を求める。	順列と組合せの違いを示し、組合せ ${}_n C_r$ の意味や計算方法を理解させ、具体的な組合せの総数を求めさせる。また、同じものを含む順列と組合せの関係や重複組合せについて理解させる。	順列や組合せに関心を持ち、具体的な事象の考察に活用しようとする。 【関心・意欲・態度】 順列や組合せを用いて、場合の数を求めることができる。 【表現・処理】 順列や組合せの意味や計算方法、重複組合せについて理解し、基礎的な知識を身に付けている。 【知識・理解】	観察、課題プリント、定期テスト
5 (本時)	身近な具体的な場面における場合の数を、これまでに学習した考え方をを用いて求める。	グループ学習を取り入れ、身近な事象に順列や組合せの考え方をあてはめて考察させ、発表させる。	順列や組合せに関心を持ち、具体的な事象の考察に活用しようとする。 【関心・意欲・態度】 具体的な場面における場合の数を、順列や組合せを用いて考察することができる。 【数学的な見方や考え方】	観察、ワークシート、定期テスト
6	二項定理や多項定理を用いて 2 項の累乗や 3 項の累乗の展開式における指定された項の係数を求める。二項係数に関する等式を証明する。	組合せの数を利用して $(a+b)^n$ の展開式を表示できることを理解させ、具体的に係数を求めさせる。また、二項定理を利用した等式の証明、多項定理について理解させる。	n 乗の展開や等式の証明において、二項定理や多項定理を用いて適切に処理することができる。 【表現・処理】 二項定理や多項定理について理解し、基礎的な知識を身に付けている。 【知識・理解】	観察、課題プリント、定期テスト

(4) 観点別評価について

指導と評価の計画に記載した評価規準の一部について、「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例と、「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手だてを記載した。評価規準の(時)は指導と評価の計画にある「時」とした。

【関心・意欲・態度】

学習活動における具体的評価規準(4・5時)	順列や組合せに関心を持ち、具体的な事象の考察に活用しようとする。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	順列や組合せの考え方に強い関心をもって授業に望み、課題プリントやワークシートにも順列や組み合わせの考え方をういて考察しようとする取り組み過程が表現されている。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手だて	身近で基本的な事項について、樹形図や書き並べる方法で場合の数を求めさせることにより、順列や組合せの考え方の有用性に気付かせる。

【数学的な見方や考え方】

学習活動における具体的評価規準(5時)	具体的な場面における場合の数を、順列や組合せを用いて考察することができる。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	授業において、具体的な事象について、順列や組合せの考え方をういて考察した筋道を的確に述べることができる。また、課題プリント、ワークシート、定期テストに思考過程を明瞭に記述している。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手だて	順列や組合せの考え方について再確認し、具体的で基本的な場面における場合の数について、順列・組合せを用いて考えさせる。

【表現・処理】

学習活動における具体的評価規準(4時)	順列や組合せを用いて、場合の数を求めることができる。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	授業において、様々な場合の数を ${}_nP_r$ や ${}_nC_r$ を用いて表現して適切に処理することができ、他者に分かるように説明することができる。また、課題プリント、ワークシート、定期テストにおいても、明瞭に表現され適切に処理されている。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手だて	順列や組合せの考え方について再確認し、具体的で基本的な場面における場合の数について、順列や組合せを用いて求めさせる。

【知識・理解】

学習活動における具体の評価規準（4時）	順列や組合せの意味や計算方法、重複組合せについて理解し、基礎的な知識を身に付けている。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	授業において、順列や組合せの基本的な概念や原理・法則を、他者にわかるように説明することができる。また、課題プリント・ワークシート・定期テストにおいて、原理・法則や用語・記号などの基礎的な知識を確実に身に付けていることが表現されている。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手だて	順列や組合せの考え方について、樹形図やその他の図を用いて視覚的に説明することにより、理解を促す。また、用語・記号の意味や使い方について、具体的で基本的な例を用いて説明することにより、理解を促す。

10 本時の展開（単元の5時間目）

(1) 本時の目標

グループ学習を取り入れ、身近な事象に順列や組合せの考え方を当てはめて考察し発表させることにより、主体的に取り組む姿勢や、ことばを正確に読み取り考えをまとめて表現する力を身に付けさせるとともに、身近な場面での数学の有用性を実感させる。

(2) 本時の指導過程

過程	学習活動	指導内容	指導上の留意点	評価規準【評価観点】（評価方法）
《導入》 本時の課題の提示 0～10分 (10分)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> ジュースを5本買う方法は何通りあるか。 </div> <ul style="list-style-type: none"> どのようにしたらこの問題を解くことができるか考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 1～2名を指名してこの問題の答えを考えさせる。 本時の学習活動を説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> カード(A5判3枚)とワークシートNo.1(B4判1枚)を配付する。 条件を付けないと解けないことに気付かせる。 	順列や組合せに関心を持ち、具体的な事象の考察に活用しようとする。 【関心・意欲・態度】 (カード、ワークシート)
《展開》 各自で問題づくり 10～20分 (10分)	<ul style="list-style-type: none"> ジュースを買うときの具体的な場面を想像しながら、条件をいろいろ考えてカードに記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> 各自で条件をいろいろ考えさせる。 	<ul style="list-style-type: none"> ここでは、解けるかどうかということより、身近で具体的な場面を考えることを優先させる。 	

<p>② 各班で問題づくり 20～50 分 (30 分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・各自で考えた条件を持ち寄り、班として発表する問題を作り上げる。 ・話し合いの結果をワークシートに記録する。 ・問題と解答を記録者が板書する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・各自で考えた条件を基にして解答が出せるような問題を、文章表現にも注意しながら各班 1 問作成させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・解答が出せる条件を考えさせる。 ・別の読み取り方ができる問題文にならないように気を付けさせる。 ・解答が出せない班があってもかまわない。 	<p>具体的な場面における場合の数を、順列や組合せを用いて考察することができる。</p> <p>【数学的な見方や考え方】 (観察、ワークシート)</p>
<p>③ 発表 50～65 分 (15 分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・発表者が問題、問題の選定理由、解答について説明する。(各班 2 分程度) 	<ul style="list-style-type: none"> ・発表内容について適切なアドバイスをする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・生徒の発表を重視し、アドバイスが過剰にならないように注意する。 	
<p>④ 問題を 1 問選び、各班で検討 65～80 分 (15 分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・発表された問題の中から、興味のある問題を全体で 1 問選ぶ。 ・各班で解答（または問題文）を考える。 ・話し合いの結果をワークシートに記録する。 ・解答（または問題文）を記録者が板書する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1～2 名を指名し、各グループが作った問題や解答についての質問や意見を求める。 ・生徒の意見を参考にしながら、発表された問題の中から全員で検討する問題を 1 問選び、各班で検討させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・選択の基準は、問題文または解答に不備のあるもの、難問で理解に時間がかかるもの、さらに発展させているような問題を作るものなど。 	
<p>⑤ 全体で検討 80～85 分 (5 分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・指定された班の発表者が、板書された内容について説明する。 ・全体で意見交換をする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・板書された内容を見て、1～2 班を指定して発表させる。 ・意見のある生徒を指名して発表させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・正しい解答（または問題文）ができなくてもかまわない。 	
<p>《まとめ》 ワークシート記入 85～90 分 (5 分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・感想などをワークシートに記入し、提出する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートを完成させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・カードとワークシートを回収する。(次の時間にワークシート No. 2 の問題を全員で考える。) 	

11 解決を目指した課題の解決の状況

ワークシートの「まとめ」の集計結果（38 名中）

	5（とても）	4	3（ふつう）	2	1（ぜんぜん）
今日の授業に興味を持って取り組みましたか？	16名 42%	15名 39%	5名 13%	1名 3%	1名 3%
積極的に話し合いに参加できましたか？	10名 26%	13名 34%	13名 34%	1名 3%	1名 3%
適切な表現で問題を作ることができましたか？	10名 26%	14名 37%	12名 32%	2名 5%	0名 0%
「場合の数」が日常生活に役立つと思いましたか？	6名 16%	10名 26%	15名 39%	4名 11%	3名 8%

ワークシートの「まとめ」からは、授業に興味をもって取り組み、積極的に話し合いに参加することができ、適切な表現で問題を作ることができたという回答率が60%から80%を超えており、課題の解決が一定程度行われた。また、日常生活での有用性を実感するという面では他に比べるとやや解決の程度が低かったことが読み取れた。

ワークシートの「感想」では、「難しかった」「大変だった」という感想も多かったが、「5本買う方法だけでたくさん問題が作れると知って驚いた」「数学が身近に感じた」「90分間集中して取り組めた」「みんなの考えが分かって楽しかった」「文章を少し変えるだけで問題が一気に変わる」などの感想もあり、今回、解決を目指した「身近な場面での数学の有用性を実感する」「授業への集中力」「主体的に取り組む姿勢」「問題文の意味を正確に読み取り、考えをまとめて表現する」といった課題がある程度解決できたことが分かる。

12 授業実践に関する成果と課題

研究授業を行ったクラスでの「班別活動による問題づくり」は2回目である。1回目では、「与えられた2次関数が答えになるような問題」を作った。数学の問題を作るということは初めてであり、もっている知識をフルに使って問題を作ることの楽しさと、作った問題を解いてみると答えが複数出てきてしまうなどの「問題づくり」の難しさを感じたようだ。

今回は、「ジュースを5本買う」という分かりやすい設定と2回目の「問題づくり」ということで、生徒は前回以上に興味をもって意欲的・主体的に取り組んでいた。問題を考えることや、グループで話し合ったり、問題文を考えたり、発表するなど自分の考えを言葉で表現することによって、知識が整理され定着することが生徒自身も実感できたようだ。

導入の際、生徒に自由に発想させるためにはあまり例を挙げたくなかったが、作業の内容を説明するために例を挙げざるを得なかった。導入については、事前にかなり検討をしたが、作業内容が分かりやすくなるようなカードやワークシートの工夫が必要だった。

平成19年度の研究授業を更に発展させ、「問題づくり」だけではなく、作った問題について全体で検討することによって学習を深めていきたいと考えていたが、時間配分に無理があり、作った問題について検討する時間が足りなくなってしまった。「問題づくり」には十分な時間を設定しておく必要がある。

研究授業の中で最後に取り上げた問題が数え上げの問題で、順列や組合せの考え方を使わなかったため、「場合の数」の単元で学習した内容の有用性を実感させることがあまりできなかった。生徒がどのような問題を作るのかについては予想が難しいので、その場で素早く判断して、生徒

平成 20 年度神奈川県立総合教育センター『授業改善の組織的な取組に向けて』学習指導案・資料
が作った問題から授業を発展させていくためには、教員の力量が必要である。

研究授業で時間不足のためできなかった問題文の表現や解きにくい問題の解答などについての意見交換を、次の時間に行った。その際、問題文が不備なものについて、加える条件によって異なる解き方ができることが分かったことに、生徒は達成感を感じていたようだ。

「問題づくり」の授業は、考える力や表現力が身に付いたり、作った問題から新しい展開ができて授業の発展性があったりするなど、いろいろな可能性を秘めている。今後、数学科としては「問題づくり」を生徒参加型の授業の一つとして取り入れていきたい。

<カード>

H R 番

(班)

ジュースを 5 本買う方法は何通りあるか。

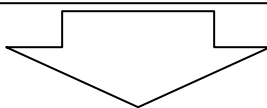
ワークシート 「場合の数」 1

_____ H R 番 (班)

ジュースを 5 本買う方法は何通りあるか。

各班で問題を仕上げよう！

各自で考えたものの中から班で選んだもの



班で作った問題

[問題]

[解答]

クラス全員で検討してみよう！

クラスで選んだ問題

[問題]

班で協力して解いたり考えたりしたこと

まとめ

今日の授業に興味を持って取り組みましたか？

5・・・4・・・3・・・2・・・1

とても ふつう ぜんぜん

積極的に話し合いに参加できましたか？

5・・・4・・・3・・・2・・・1

とても ふつう ぜんぜん

適切な表現で問題を作ることができましたか？

5・・・4・・・3・・・2・・・1

とても ふつう ぜんぜん

「場合の数」が日常生活に役立つと思いませんか？

5・・・4・・・3・・・2・・・1

とても ふつう ぜんぜん

感想

ワークシート 「場合の数」 2

HR 番 (班)

クラス全員で検討してみよう！

1班 兄と弟がいて、3種類のジュースがたくさんある。兄と弟が同じジュースを買うことができず、1人が5本買うことはできない。このとき、ジュースを5本買う方法は何通りあるか。

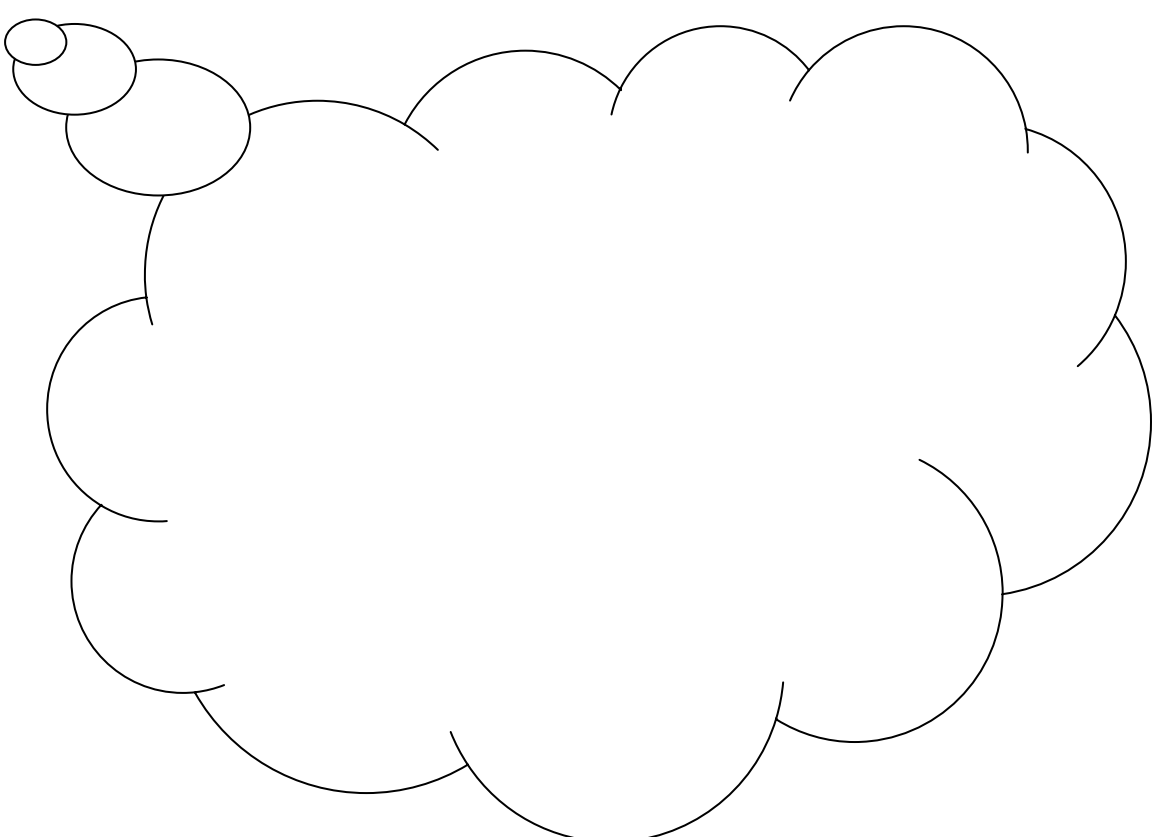
[解答]

4班 コンビニA, スーパーB, 自販機Cでそれぞれ8, 9, 8種類の飲み物がある。その中で同じものを何個買ってもしいいので、ジュースを5本買う方法は何通りありますか。ちなみに、「 オレンジ」は、すべてにおいてあります。

[解答]

6班 ハロウィンパーティーがあるので、母に700円渡されて近所のストアでジュースを5本買ってくるように言われました。ストアでは、200円、紅茶110円、お茶120円、140円、みかんジュース260円です。5本買う方法は何通りありますか。

[解答]



[感想]

13HR作成問題(場合の数)

HR 番 氏名

ジュースを 5 本買う方法は何通りあるか。

1班 兄と弟がいて、3種類のジュースがたくさんある。兄と弟が同じジュースを買うことができず、1人が5本買うことはできない。このとき、ジュースを5本買う方法は何通りあるか。

[解答]

[感想]

2班 部活のさし入れでジュースをたくさんもらいました。ぶどう, りんご, もも, グレープフルーツ, いちごの5種類があります。この中から5本選ぶ方法は何通りですか。選ばないジュースがあってもいいことにします。

[解答]

[感想]

3班 コンビニに2人で買い物に行く。1人は3本買う内、茶を少なくとも1本は買いたい。ジュースは茶の他にも3種類ある。ジュースを5本買う方法は何通りか。

[解答]

[感想]

- 4班** コンビニ A ,スーパー B ,自販機 C でそれぞれ 8 , 9 , 8 種類の飲み物がある。
その中で同じものを何個買ってもしいので、ジュースを 5 本買う方法は何通り
ありますか。ちなみに、「 オレンジ」は、すべてにおいてあります。

[解答]

[感想]

- 5班** レモンティーとアップルティーといちご牛乳が、それぞれ 3 本 , 4 本 , 2 本ず
つある。そこから 5 本選んで買う方法は何通りあるか。

[解答]

[感想]

- 6班** ハロウィンパーティーがあるので、母に 7 0 0 円渡されて近所の ストアー
でジュースを 5 本買って来るように言われました。 ストアーでは、
2 0 0 円 , 紅茶 1 1 0 円 , お茶 1 2 0 円 , 1 4 0 円 , みかんジュース 2
6 0 円です。 5 本買う方法は何通りありますか。

[解答]

[感想]