

# 数学科(数学Ⅰ)学習指導案

2次関数とそのグラフ  
(高等学校 第1学年)  
神奈川県立総合教育センター



【『平成20年度研究指定校共同研究事業(高等学校)授業改善の組織的な取組に向けて』  
平成21年3月】

平成20年度研究指定校である大井高等学校において、授業改善に向けた組織的な取組として授業実践を行った学習指導案です。

生徒の理解度に合わせた丁寧な授業展開を目指し、生徒の状況に応じて、机間指導を充実させたり、難しい課題を用意したりすることで学習への興味・関心をもたせる学習指導を行いました。

大井高等学校「数学」学習指導案

1 学 年 第 1 学年

2 科目名 数学

3 単元名(教科書名) 2次関数とそのグラフ(東京書籍「新編 数学」)

4 単元の目標

- ・ 2次関数に関心をもち、実生活における関数の有用性を意欲的に調べようとする。
- ・ 2次関数の値の変化を表、式、グラフなどと関連付けて、多面的に考察できる。
- ・ 2次関数を用いて数量の変化をグラフで表現し、的確に処理できる。
- ・ 2次関数の基本的な内容を理解し、知識を身に付ける。

5 単元について

教材観・題材観

学習指導要領に書かれている2次関数の内容として、関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識する、とある。例えば物理で自由落下の運動は、落下距離は落下時間の2乗に比例するという2次関数で表すことができる。このように具体的な自然現象を表すことができる関数は、生徒にとって興味深い単元である。

生徒観(生徒の状況)

中学校で習った1次関数や2次関数に対して苦手意識がある生徒が多く、グラフをかくことができない、2次関数とグラフの関係が分からないという生徒もいる。

指導観(主な支援)

2次関数とグラフの関係を理解させる。そのために、この二つを結び付けさせる具体例などを提示する。そしてつまずきやすい平方完成の式変形と平行移動の考え方については、丁寧に指導して十分理解するように努める。

6 解決を目指す課題

生徒により理解度にかかなりの差がある。全体的に学習意欲が十分ではなく集中力が持続しない。

7 課題解決の方法

生徒の理解度に合わせた丁寧な授業展開をし、平易な計算で処理できるよう係数などを工夫する。また、机間指導で各自のノートやプリントに採点をしていくことで、達成感をもたせ、学習への興味・関心をもたせる。また、理解度の高い生徒に対しては、少し難しい課題を用意するなどして学習意欲を高める。

8 課題解決の状況を確認する方法

単元の終わりに実施する小テストの解答状況

プリントの作成内容

ノートの記述内容

## 9 単元の指導と評価の計画

(1) 単元の時間数 14 時間扱い

(2) 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
表、式、グラフなどを用いて数量の変化を表現することの有用性を認識し、関数の考えを具体的な事象の考察に活用しようとする。	関数の概念を理解し、関数のグラフをかくことの意義が分かる。	2次関数の式を平方完成することができ、2次関数のグラフをかくことができる。	2次関数の式の意味を理解し、グラフの平行移動についても理解している。

(3) 指導と評価の計画

時	学習内容	指導内容	評価規準 【評価の観点】	評価方法
1 ~ 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>関数の定義</li> <li>関数の値</li> <li>定義域と値域</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>関数の定義を説明する。</li> <li>関数 <math>y = f(x)</math> において、<math>x = a</math> のときの関数の値 <math>f(a)</math> を求めさせる。</li> <li>1次関数における定義域、値域を求めさせる。</li> </ul>	<p>2つの数量の関係をグラフや式を用いて考察することができる。</p> <p>【数学的な見方や考え方】 <math>y = f(x)</math> や <math>f(a)</math> の表記を理解し、用いることができる。</p> <p>【表現・処理】</p>	プリントの取組状況、ノートの記述内容、小テストの結果
4 ~ 5	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数 <math>y = ax^2</math> の軸、頂点、グラフ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>x</math> と <math>y</math> の値の対応表をもとに、2次関数 <math>y = ax^2</math> のグラフをかき、特徴を理解させる。</li> <li>2次関数 <math>y = ax^2</math> の軸の方程式、頂点の座標を求めさせる。</li> </ul>	<p><math>y = ax^2</math> の <math>x</math> と <math>y</math> の値の対応表を意欲的に作成しようとしている。</p> <p>【関心・意欲・態度】 <math>y = ax^2</math> のグラフをかくことができる。</p> <p>【表現・処理】 放物線 <math>y = ax^2</math> の形や軸、頂点について理解している。</p> <p>【知識・理解】</p>	プリントの取組状況、ノートの記述内容
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数 <math>y = ax^2 + q</math> の軸、頂点、グラフ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数 <math>y = ax^2</math> と <math>y = ax^2 + q</math> のグラフをかき、平行移動及びグラフの特徴を理解させる。</li> <li>2次関数 <math>y = ax^2 + q</math> の軸の方程式、頂点の座標を求めさせる。</li> </ul>	<p><math>y = ax^2 + q</math> の <math>x</math> と <math>y</math> の値の対応表を作ることができ、グラフをかくことができる。</p> <p>【表現・処理】 放物線 <math>y = ax^2 + q</math> の形や軸、頂点について理解している。</p> <p>【知識・理解】</p>	プリントの取組状況、ノートの記述内容

7	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数 <math>y = a(x-p)^2</math> の軸、頂点、グラフ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数 <math>y = ax^2</math> と <math>y = a(x-p)^2</math> のグラフをかき、平行移動及びグラフの特徴を理解させる。</li> <li>2次関数 <math>y = a(x-p)^2</math> の軸の方程式、頂点の座標を求めさせる。</li> </ul>	$y = a(x-p)^2$ の $x$ と $y$ の値の対応表を作ることができ、グラフをかすることができる。 <b>【表現・処理】</b> $y = a(x-p)^2$ 形や軸、頂点について理解している。 <b>【知識・理解】</b>	プリントの取組状況、ノートの記述内容
8 ~ 10	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数 <math>y = a(x-p)^2 + q</math> の軸、頂点、グラフ</li> <li>グラフの平行移動</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数 <math>y = ax^2</math> のグラフを、<math>x</math> 軸方向に <math>p</math>、<math>y</math> 軸方向に <math>q</math> だけ平行移動させたものが <math>y = a(x-p)^2 + q</math> のグラフであることを説明する。</li> <li>2次関数 <math>y = a(x-p)^2 + q</math> の軸の方程式、頂点の座標を求めさせる。</li> </ul>	$y = a(x-p)^2 + q$ の表を作ることができ、グラフをかすることができる。 <b>【表現・処理】</b> $y = a(x-p)^2 + q$ の形や軸、頂点について理解している。 <b>【知識・理解】</b>	プリントの取組状況、ノートの記述内容、小テストの結果
11 (本時) ・ 12 ~ 14	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数の式の平方完成</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2次関数の式を平方完成させる。</li> <li>2次関数のグラフの軸の方程式と頂点の座標を調べさせ、グラフをかかせる。</li> </ul>	2次関数の式を平方完成してグラフをかすることができる。 <b>【表現・処理】</b> $y = ax^2 + bx + c$ のグラフについて、軸、頂点の考察をしようとする。 <b>【関心・意欲・態度】</b>	授業中の質問や応答の内容、プリントの取組状況、ノートの記述内容、小テストの結果

(4) 観点別評価について

指導と評価の計画に記載した評価規準の一部について、「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例と、「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手立てを記載した。評価規準の(時)は指導と評価の計画にある「時」とした。

【関心・意欲・態度】

学習活動における具体的評価規準(11~14時)	$y = ax^2 + bx + c$ のグラフについて、軸、頂点の考察をしようとする。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	関数のグラフに関心をもち、グラフを適切に活用して考察しようとしている。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手立て	机間指導で声をかけ、問題に取り組みせるとともに、プリントを添削し、適切なアドバイスを行う。

【数学的な見方や考え方】

学習活動における具体の評価規準( 1 ~ 3 時)	2つの数量の関係をグラフや式を用いて考察することができる。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	関数の概念を理解し、関数のグラフから関数の値の変化の様子について考察することができる。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手立て	2つの数量の関係を表を用いながら繰り返し説明してプリントを添削し、適切なアドバイスを行う。

【表現・処理】

学習活動における具体の評価規準( 11 ~ 14 時)	2次関数の式を平方完成してグラフをかくことができる。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	2次関数の式を正しく平方完成することができ、グラフを正確にかくことができる。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手立て	机間指導において、既習の内容を確認させるとともにプリントや小テストで添削し、繰り返し説明する。

【知識・理解】

学習活動における具体の評価規準( 8 ~ 10 時)	$y = a(x - p)^2 + q$ の形や軸、頂点について理解している。
「十分満足できる」状況(A)と判断した具体的状況例	基本的な内容や意味を正しく理解し、表現することができる。
「努力を要する」状況(C)と評価した生徒への手立て	机間指導において、グラフや式を用いて繰り返し説明する。

10 本時の展開(単元の11時間目)

(1) 本時の目標

- ・ 2次関数  $y = x^2 + bx + c$  を  $y = (x - p)^2 + q$  の形に変形することができる。
- ・ 2次関数  $y = x^2 + bx + c$  のグラフをかくためには、 $y = (x - p)^2 + q$  の形に変形すればよいことを理解する。

(2) 本時の指導過程

過程	学習活動	指導内容	指導上の留意点	評価規準【評価観点】(評価方法)
導入 0~8分 (8分)	プリント例1 $y = (x + 3)^2 - 5$ の頂点を求める。  $(x + 3)^2 - 5 = x^2 + 6x + 4$ と展開する。  $y = x^2 + 6x + 4$ の頂点を求めてみる。	プリント例1 $y = (x + 3)^2 - 5$ から頂点を求めることを説明する。 頂点(-3,-5)  $(x + 3)^2 - 5 = x^2 + 6x + 4$ 上の等式が成り立つことを説明する。  $y = x^2 + 6x + 4$ から頂点を求められることを説明する。	式変形をする意図を理解することができるよう、その意図を明確にし、学習意欲を高める。	

<p>展開 8～45分 (37分)</p>	<p>式変形の公式を確認する。(別紙参照)</p> <p>プリント問1を解く。</p> <p>導入に用いた2次関数 <math>y = x^2 + 6x + 4</math>を平方完成する。</p> <p>例9(1)を解く。 <math>y = x^2 - 6x + 4</math></p> <p>例9(2)を解く。 <math>y = x^2 + 8x + 3</math></p> <p>教科書の問10を解く。</p> <p>プリント問2を解く。</p> <p>プリントの発展問題 <math>y = x^2 - 5x + 7</math> は時間が余ったら解く。</p>	<p>2次式を展開すると、 <math>(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9</math> となり、移項すると <math>x^2 + 6x = (x+3)^2 - 9</math> と式変形できる。</p> <p>式変形の公式 (別紙参照)</p> <p>プリント問1を解かせる。</p> <p>プリント問1の解説をする。 問1 (1) <math>x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4</math> (2) <math>x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1</math> (3) <math>x^2 + 8x = (x+4)^2 - 16</math> (4) <math>x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1</math> (5) <math>x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4</math> (6) <math>x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9</math> (7) <math>x^2 - 8x = (x-4)^2 - 16</math></p> <p>導入に用いた2次関数 <math>y = x^2 + 6x + 4</math>の平方完成の解説をする。 <math>y = x^2 + 6x + 4</math> <math>= (x+3)^2 - 9 + 4</math> <math>= (x+3)^2 - 5</math></p> <p>例9(1)を解かせる。 <math>y = x^2 - 6x + 4</math> <math>= (x-3)^2 - 9 + 4</math> <math>= (x-3)^2 - 5</math></p> <p>例9(2)を解かせる。 <math>y = x^2 + 8x + 3</math> <math>= (x+4)^2 - 16 + 3</math> <math>= (x+4)^2 - 13</math></p> <p>問10を生徒に解かせ、解説を行う。</p> <p>教科書の問題が終わった生徒からプリントの問題をやるように促す。</p>	<p>式変形は、1行ずつ生徒に質問・確認しながら変形する。</p> <p>机間指導をしながら問題を解いていない生徒に助言していく。 生徒の達成の度合いを確認する。 時間が余った生徒のためにプリントの発展問題を解くように促す。</p> <p>2次関数の式を平方完成してグラフをかくことができる。 【表現・処理】 (プリント)</p> <p><math>y = ax^2 + bx + c</math>のグラフについて、軸、頂点の考察をしようとする。 【関心・意欲・態度】 (プリント)</p> <p>生徒の状況を見て、赤ペン</p>	
-------------------------------	---	---	---	--

<p>まとめ 45～50分 (5分)</p>	<p>本時の内容を理解しているかの確認のため、プリントの裏にあるチェック問題でもう一度 <math>y = x^2 + 6x + 4</math> を平方完成する。</p>	<p>もう一度解いてみよう。 <math>y = x^2 + 6x + 4</math> <math>= (x + 3)^2 - 9 + 4</math> <math>= (x + 3)^2 - 5</math></p>	<p>に持ちかえるよう指示をする。 答え合わせは1行ずつ生徒に質問・確認しながら変形する。 プリントを回収する。</p>	
--------------------------------	--	--	--	--

## 11 解決を目指した課題の解決の状況

本授業後の単元の終わりに小テストを実施したところ、生徒は授業内容をおおむね理解していることが分かった。しかし、答案を確認すると、中には間違った方法の式変形を固定的に身に付けてしまっている生徒も見受けられた。また机間指導中に誤りを正して理解できても、その後の生徒の練習がないと、元の固定的な間違った方法に戻ってしまうケースや、また単元ごとの復習時には定着していたものの、その後の定期テストでは混乱して正答に至らない生徒もいた。

## 12 授業実践に関する成果と課題

中間テストまでは  $x$  軸方向、 $y$  軸方向への平行移動までを扱い、テスト後に両軸方向を合わせた平行移動のグラフをかくところから学習を始めたので、学習活動の流れの中でこの時期に平方完成を扱ったことは適切であった。また、平方完成をどのように教えるかについては、他の教員のプリントを参考にしたり、指導方法を出し合ったりして、その中から当日の授業を構成していった。その結果、授業で扱うプリントについては、記入式を取り入れて随所に生徒に理解しやすいような工夫がされており、とても丁寧な作成してあったとの評価を得た。また、2次関数の式を平方完成した後、頂点の座標を求めさせた方が、授業の目的がより鮮明になったのではないかと、あるいは、板書の際にチョークの色使いに配慮が必要であった等の指摘もあった。

今回の研究授業については、学習の理解度の差が少ないクラスだったので的を絞って教えることができ、生徒の理解が深まった。しかし、習熟度別クラスであっても生徒の理解度に差が生じてくることから、生徒の進路等も考慮に入れた、生徒の状況に応じたクラス編成についての検討が必要である。





では実際に問題を解いてみよう！

実際に問題を解いたところで、最初にできなかった問題に戻ろう。

 $y = x^2 + 6x + 4$ の頂点を求めよ。

式変形（平方完成）して求めよう。

$$y = \underline{x^2 + 6x} + 4$$

↓ +4は無視して式変形（平方完成）

$$= \underline{\hspace{2cm}} + 4$$

↓ 定数項を計算

$$y =$$

これならば頂点を求められる。

それでは教科書の例9を解いてみよう。

(1)  $y = \underline{x^2 - 6x} + 4$

$$y = \underline{\hspace{2cm}} + 4$$

$$y =$$

(2)  $y = \underline{x^2 + 8x} + 3$

$$y = \underline{\hspace{2cm}} + 3$$

$$y =$$

問1 (1)  $x^2 + 4x =$

(2)  $x^2 + 2x =$

(3)  $x^2 + 8x =$

(4)  $x^2 - 2x =$

(5)  $x^2 - 4x =$

(6)  $x^2 - 6x =$

(7)  $x^2 - 8x =$

ここから下は発展問題。終わったらやってみよう！

(8)  $x^2 + 3x =$

(9)  $x^2 - 5x =$

(10)  $x^2 + \frac{1}{2}x =$

(11)  $x^2 + ax =$

次の2次関数を  $y = (x - p)^2 + q$  の形に変形せよ。

問1 (1)  $x^2 + 4x + 3 =$

(2)  $x^2 + 2x - 3 =$

(3)  $x^2 + 8x - 5 =$

(4)  $x^2 - 2x + 6 =$

(5)  $x^2 - 4x + 1 =$

(6)  $x^2 - 6x - 2 =$

(7)  $x^2 - 8x + 11 =$

ここから下は発展問題。終わったらやってみよう！

(8)  $x^2 + 3x + 1 =$

(9)  $x^2 - 5x - 3 =$

(10)  $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} =$

(11)  $x^2 + ax - a^2 =$

次の2次関数を  $y = (x - p)^2 + q$  の形に変形せよ。

問1 (1)  $x^2 + 4x + 7 =$

(2)  $x^2 + 2x + 2 =$

(3)  $x^2 + 8x + 19 =$

(4)  $x^2 - 2x + 3 =$

(5)  $x^2 - 4x - 4 =$

(6)  $x^2 - 6x + 11 =$

(7)  $x^2 - 8x + 16 =$

(8)  $x^2 + 3x - 1 =$

(9)  $x^2 - 5x + 5 =$

(10)  $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} =$

(11)  $x^2 + 2ax + a^2 =$