

数学科(数学C)学習指導案

行列の演算
(高等学校 第3学年)
神奈川県立総合教育センター



【『<高等学校>学習意欲を高める数学・理科 学習指導事例集』平成21年3月】

学習内容や学習活動の工夫や社会生活に関連した話題を取り入れた「数学の社会的な有用性を認識させて、学習意欲を喚起する」指導によって、学習意欲を高めることを主な目的として行った授業実践の学習指導案です。

1 学年 第 3 学年
 2 単元名（科目） 「行列の演算」（数学 C）

- 3 単元の目標
- ・行列の意味やその用語、記号を理解する。
 - ・行列の実数倍、加法、減法、乗法の計算ができる。
 - ・単位行列、零因子、交換可能などの用語の意味を理解する。
 - ・逆行列の意味と 2 次正方行列の逆行列の公式を理解する。

- 4 単元の学習計画
- ・行列とその成分 1 時間
 - ・行列の加法、減法、実数倍 1 時間
 - ・行列の乗法 1 時間
 - ・行列の乗法の性質 2 時間（本時はその第 2 時）
 - ・逆行列とその性質 4 時間

5 単元の評価計画

(1) 評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・行列に関心をもち、その性質を調べようとしている。 ・行列の乗法と実数の乗法の違いに関心をもち、行列の乗法の性質を調べようとしている。 	<ul style="list-style-type: none"> ・行列の乗法の性質について、実数の場合と比較しながら考察している。 ・逆行列を求める過程を適切に考察している。 	<ul style="list-style-type: none"> ・行列の和、差、実数倍を正しく計算することができる。 ・行列の積を正しく計算することができる。 ・逆行列を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・行列の基本的な用語の意味を理解している。 ・逆行列の定義とその性質について理解している。

(2) 評価計画 ※太枠第 2 時が本時 【 】は評価方法

時	学習内容	評価項目			
		関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
1	<ul style="list-style-type: none"> ・行列とその成分 	<ul style="list-style-type: none"> ・行列に関心をもち、その性質を調べようとしている。 【発問・観察・ワークシート】 			<ul style="list-style-type: none"> ・行列の基本的な用語の意味を理解している。 【ワークシート・定期テスト】
2	<ul style="list-style-type: none"> ・行列の加法、減法、実数倍 			<ul style="list-style-type: none"> ・行列の和、差、実数倍を正しく計算することができる。 【ワークシート・定期テスト】 	

時	学習内容	評価項目			
		関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
3	・行列の乗法			・行列の積を正しく計算することができる。 【ワークシート・定期テスト】	
4 ・ 5	・行列の乗法の性質	・行列の乗法と実数の乗法の違いに関心を持ち、行列の乗法の性質を調べようとしている。 【観察・振り返りシート】 ・行列に関心を持ち、その性質を調べようとしている。 【観察・振り返りシート】	・行列の乗法の性質について、実数の場合と比較しながら考察している。 【発問・観察・ワークシート】	・行列の積を正しく計算することができる。 【ワークシート・定期テスト】	
6 ・ 7 ・ 8 ・ 9	・逆行列とその性質		・逆行列を求める過程を適切に考察している。 【発問・ワークシート】	・逆行列を求めることができる。 【ワークシート・定期テスト】	・逆行列の定義とその性質について理解している。 【ワークシート・定期テスト】

(3) 観点別評価について（本時を含む第 4～5 時分のみ）

【関心・意欲・態度】

学習活動における 具体の評価規準	・行列の乗法と実数の乗法の違いに関心を持ち、行列の乗法の性質を調べようとしている。 ・「数当てゲーム」で使われている行列に関心を持ち、その性質を調べようとしている。
「十分満足できる」状況 (A) と判断する具体的 状況例	・行列の乗法と実数の乗法の違いに関心を持ち、両者の違いが何によるものかを、探究しようとしている。 ・「数当てゲーム」で使われている行列に関心を持ち、他の行列と比較して、その性質を考えようとしている。
「努力を要する」状況 (C) と評価した生徒へ の手だて	・具体的な行列の積を計算させて、交換法則が成り立たないことを確かめさせ、行列の乗法の性質について再度説明する。 ・「数当てゲーム」で使われている行列と検査行列との積を計算させ、その特徴について考えさせる。

【数学的な見方や考え方】

学習活動における 具体の評価規準	・行列の乗法の性質について、実数の場合と比較しながら考察している。
「十分満足できる」状況 (A)と判断する具体的 状況例	・乗法の交換法則が成り立たない例や零因子の例を挙げて、行列の乗法の性質を論理的に考察している。
「努力を要する」状況 (C)と評価した生徒へ の手立て	・交換可能でない行列 A、B を具体的に示し、 AB と BA が異なることに気付かせる。

【表現・処理】

学習活動における 具体の評価規準	・行列の積を正しく計算することができる。
「十分満足できる」状況 (A)と判断する具体的 状況例	・ケーリー・ハミルトンの定理を用いて、行列の累乗を求めることができる。
「努力を要する」状況 (C)と評価した生徒へ の手だて	・2 次の行ベクトルと 2 次の列ベクトルの乗法の定義を確認する。

【知識・理解】

<評価項目なし>

6 本時の展開

(1) 本時の目標

- ・身近にある幾つかのコードの仕組みを理解することによって、情報を正しく伝える方法を認識する。
- ・行列を用いて数の組（情報）を表現することができ、情報を付け加えたり、取り出したりするのに行列がどのようにかかわっているかを考察し、理解する。

(2) 本時の指導過程

過程	学習活動	指導内容	指導上の留意点	評価規準 (評価方法)
導入 (10分)	・身近にあるコードについて、その仕組みを理解する。	・身近にあるコードの代表例であるバーコード（JANコード）が、正しく読み取られる仕組みについて説明する。	・コードの中にエラーをチェックする仕組みが含まれていることを理解させる。 ・エラーをチェックすることはできるがエラーを訂正することはできないことを実例を挙げて認識させる。	

過程	学習活動	指導内容	指導上の留意点	評価規準 (評価方法)
展開 1 (15分)	<ul style="list-style-type: none"> 二つの数 0 と 1 を組み合わせた 7 桁の符号（コード）を用いた「数当てゲーム」を行う。 	<ul style="list-style-type: none"> 「数当てゲーム」のルールを説明して、二人一組でゲームを行わせ、ルール通りに行うと誤りが訂正されることを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 行列の積の計算方法を確認する。 [1×7行列と7×3行列の積が1×3行列(行ベクトル)になることを踏まえる] $(3 \ 2 \ 4) = (1 \ 0 \ 0)$と表記する際には、計算結果は 2 進数表示の下一桁の数を用いて表すことを指示する。 	<p>【表現・処理】</p> <ul style="list-style-type: none"> 行列の積を正しく計算することができる。 (ワークシート・定期テスト)
展開 2 (20分)	<ul style="list-style-type: none"> 「数当てゲーム」で用いた、コードの誤りが訂正できる仕組みを理解する。 ①正しいコードの特徴を考察する。 ②コードの誤りを訂正する仕組みを考察する。 	<ul style="list-style-type: none"> 「数当てゲーム」で用いた方法によって、コードの誤りを訂正する仕組みを説明する。 ①正しいコードの特徴を説明する。 ②コードの誤りを訂正する仕組みを説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> 行列の乗法計算を行うことによって、正しいコードの特徴を理解させる。 行列の乗法計算の性質を用いて、コードの誤りを訂正する仕組みを理解させる。 	<p>【関心・意欲・態度】</p> <ul style="list-style-type: none"> 「数当てゲーム」で使われている行列に関心を持ち、その性質を調べようとしている。 (観察・振り返りシート)
まとめ (5分)	<ul style="list-style-type: none"> 本時の学習内容を振り返る。 	<ul style="list-style-type: none"> 本時の学習内容を振り返る。 	<ul style="list-style-type: none"> 行列を用いて、情報を付け加えたり、情報を取り出したりできることを確認する。 	

<参考>

「数当てゲーム」・・・行列を使って誤り訂正符号の仕組みを学ぶ

【ルール】・・・二人一組で行う

(1) 下の 16 個の 7 桁コードの中から一つを選び、それを相手に見えないようにメモする。

- 0000000 • 0100101 • 1000011 • 1100110
- 0001111 • 0101010 • 1001100 • 1101001
- 0010110 • 0110011 • 1010101 • 1110000
- 0011001 • 0111100 • 1011010 • 1111111

(2) (1) で選んだコードの 1 ヶ所 (1 桁) だけ 0 と 1 を入れ替えて、相手に伝える。

(3) (2) で伝えられたコードから、次のような「誤り訂正方法」を用いて、入れ替えられた箇所を見付けて、正しいコードに訂正する。

「誤り訂正方法」

伝えられたコードが例えば、「1011101」とする。

(ア) この 7 桁のコードを行ベクトル $\vec{u} = (1011101)$ とする。

(イ) 次のような 7×3 行列 (検査行列) H を考える。

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(ウ) 次の乗法を行う。ただし、計算結果は 2 進数表示の 1 桁の数を用いて表す。

$$\vec{u}H = (1011101) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (100)$$

10 進数で計算すると

$$(1011101) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (324)$$

2 進数へ

011

010

100

下一桁だけ残す

(100)

正確な説明には時間が掛かるので、授業では「2 で割ったときの余りを求めよ」と生徒に指示した。

(エ) 得られた行ベクトル (100) が行列 H の何行目にあるかを探す。この例では、4 行目にあるので、伝えられたコードの 4 番目が入れ替えられた箇所となる。したがって、元のコードは、4 番目のコードを反転して「1010101」となる。

(4) (3) のコードと (1) のコードが一致することを確認する。