

粘り強く思考する生徒を育てる 中学校数学科の授業づくり

— 考える楽しさを実感できる数学的活動 —

繁 里 勇¹

PISA調査結果では、我が国の子どもたちは、記述式問題での無答率が高く、粘り強く課題に取り組む態度に個人差が広がっていることが報告されている。そこで、具体物を操作する活動、図的表現を活用する場面、ペアワークを取り入れ、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感させながら、思考過程を重視する授業展開を繰り返した。その結果、考えることが楽しくなり、問題解決力が高まって、粘り強く思考する態度を育てることができた。

はじめに

平成20年1月の中央教育審議会答申「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」（以下、中教審答申とする）において、「PISA調査の読解力の成績分布の分散が拡大している要因の一つとしては、我が国の子どもたちは、国際的な比較において、読解力や記述式の問題の無答率が高いことが挙げられる。これは、学力の重要な要素である学習意欲やねばり強く課題に取り組む態度自体に個人差が広がっているなどの課題があることを示している。」と指摘されている。

「平成20年度全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」では、記述式問題の平均無答率は26.3%と示されている。また、「言葉や式を使って説明する数学の問題について、最後まで書こうと努力した生徒の割合は約44%である。」と記述されており、問題を考えることを途中であきらめている生徒の割合が、半分以上になる。過去に自分が担当した生徒の中にも、記述式問題を苦手として、解決の見通しをもてずに、すぐにあきらめてしまう生徒が多かった。

以上の実態から、生徒のつまづきを解消し、考えることの楽しさや数学のよさを実感でき、粘り強く思考する生徒を育てる授業づくりについて研究を行った。

研究の内容

1 研究テーマの設定

(1) 中学校学習指導要領の改訂と数学科の目標

平成20年3月に改訂された中学校学習指導要領の数学科の目標に、「数学的活動を通して」と「表現する能力」が加えられた。また、「数学的な見方や考え方のよさを知り」が「数学のよさを実感する」に、「進

んで活用する態度」が「活用して考えたり判断したりしようとする態度」に改められた。これは中教審答申の「子どもたちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり、学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要である。」、及び「学習し身に付けたものを、日常生活や他教科の学習、より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する。」を受けたものである。

そこで、改訂の趣旨を踏まえ、数学科の目標に沿った授業づくりをしていくことで、粘り強く思考する生徒を育てる授業を実践できると考えた。

(2) テーマ設定の理由

このような背景の中で、数学的活動を通して、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに、数学的に考える力を高めたり、数学を学ぶ楽しさや意義を実感したりできる中学校数学科の授業が求められている。

また、過去の自分の実践では、知識・技能を習得させ、分かりやすく教える指導に主眼をおき、「自ら学び、自ら考えさせる」問題解決への指導の視点が弱かった。そのため、一部の生徒は、与えられた課題を自分の問題として受け止められず、解決への意欲や解決の見通しを立てる力が高まらなかった。それが、考えることをあきらめる要因の一つになったと考える。

そこで、本研究のテーマを、「考える楽しさを実感できる数学的活動」を通して、「粘り強く思考する生徒を育てる中学校数学科の授業づくり」と設定した。

そして、粘り強く思考する姿を、以下に示すように、考えることをあきらめずに、見通しをもって、問題解決に取り組んでいる姿とした。

- 具体物、既習事項、図、表、式などを活用して、見通しをもって考えようとしている。
- 適切な数学的な表現を選択して、自分の考えを相手に分かりやすく伝えようとしている。
- 一つの考え方で満足せず、多様な考え方を追究しようとしている。

1 藤沢市立片瀬中学校
研究分野（数学）

2 研究仮説と研究の構想

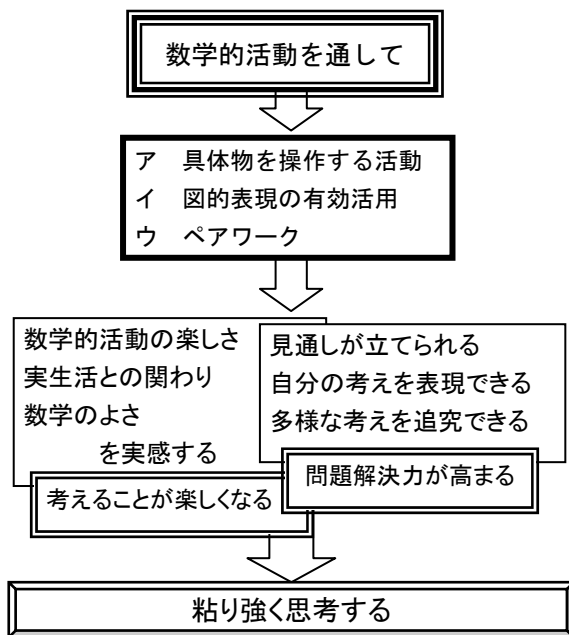
研究テーマに迫るために、次のような研究仮説を立て、研究構想図を作った(第1図)。

教材を工夫し、数学的活動として、次のような手立てを講じれば、考える楽しみが実感され、問題解決力が高められ、粘り強い生徒が育成される。

ア 考える意欲を高め、考える手助けとなる具体物を操作する活動の導入

イ 問題理解を促し、問題解決の見通しを立てて考えるための図的表現の有効活用

ウ 自分の考えを表現し、自分と違った考えを知るためのペアワークの導入



第1図 研究構想図

3 研究の方法

上記の仮説に基づき、教材を工夫し、数学的活動を取り入れた思考過程を重視する授業展開を考え、検証授業を通して、その有効性を確認した。

(1)教材の工夫

生徒が考える意欲をもち、問題解決力を高め、粘り強く思考するためには、教材が極めて重要になる。

そこで、生徒にとって身近で、日常生活との関わりや数学のよさが実感できる教材、問題解決するとき、数学的活動や既習事項を活用する意義が実感できる教材、多様な考えを追究できる教材を工夫した。

(2)数学的活動

中学校学習指導要領解説数学編(文部科学省 2008 p. 15)に、「数学的活動には、試行錯誤をしたり、資料を収集整理したり、観察したり、操作したり、実験したりすることなど」と例示され、そして、「数学的活動のうち、特に中学校数学科において重視しているのは、既習の数学を基にして数や図形の性質などを見

だし発展させる活動、日常生活や社会で数学を利用する活動、数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動である。」と記述されている。さらに、「活動を通して数学を学ぶことを体験する機会を設け、その過程で様々な工夫、驚き、感動を味わい、数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるようにすることが大切である。」

(pp. 17-18)と記述されている。

本研究では、数学的活動を通して、数学的活動の楽しさや数学のよさなどを実感させて、考える意欲を高め、見通しを立て、自分の考えを書いたり、説明したりする活動を繰り返すことで、問題解決力を高め、粘り強く思考する生徒を育てる授業づくりを考えた。

ア 具体物を操作する活動

平岡(1982)は、操作的活動を生かして用いる教育的意義として、次の効果を挙げている。

- ① 概念・原理・きまりなどの理解を助ける。
- ② 知識・技能の確かな習得や定着に役立つ。
- ③ 判断や説明の根拠としたり、筋道立った考え方の表現に役立つ。
- ④ 問題解決や思考を進めるのに効果的である。
- ⑤ 性質・きまりの発見や発展的な考察処理に有効である。
- ⑥ 学習の動機づけ・興味の喚起や、意欲をもった主体的な活動に効果がある。
- ⑦ 多様な反応に応じ、個に即した学習に役立つ。
- ⑧ 学習内容の確かめや評価に活用できる。
- ⑨ 以後の学習への基礎的経験として役立つ。

そこで本研究では、具体物を操作する活動を通して、生徒が活動の楽しさを実感し、考える意欲を高め、目的意識をもって、主体的に取り組む活動を目指した。

操作活動は自分の考えを生み出す道具になるとともに、自分の考えを表現するための手段になると考えた。

イ 図的表現の有効活用

中原(1995)は、Brunerの原理などを基にして、数学教育における表現様式を、「現実的表現、操作的表現、図的表現、言語的表現、記号的表現」(pp. 199-200)に分類している。そして、上記の順序は、「認知発達の順序(中略)、表現様式の抽象性、記号性の順序でもある」(中原 1995 pp. 201-202)と述べている。

つまり、言葉や記号よりも絵や図を用いる表現の方が、認知発達の早い段階にあり、理解しやすく、活用しやすい表現であると考えた。したがって、図的表現を活用することを通して、問題の数量関係を理解させ、問題解決の見通しを立てさせる指導は、自分の考えをもたせる初期段階として、適切であると考えた。

そこで本研究では、問題理解が容易になる図的表現のよさを実感させ、実際に、問題解決の見通しを立てるとき、思考するための道具として図的表現を選択し、有効に活用できることをねらいとした。

ウ ペアワーク

新中学校学習指導要領の中で、数学的活動の内容の一つとして「ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」と記述されている。この活動は、図、式、記号などを使って、お互いに説明し合うことで、自分の思考過程を振り返り、自分と違う考えに触れることができる。また、自分の考えを見直す反省的思考も生み出され、更に考えが研ぎ澄まされたものとなっていく。

そこで本研究では、ペアワークを取り入れ、自分の考えを表現させ、自分と違った意見に触れる機会をつくることによって、自分の考えが更に明確になり、多様な考えに気付かせることをねらいとした。

また、相手に伝えた内容が、どのように伝わったかが分かるように、相互評価を導入した。

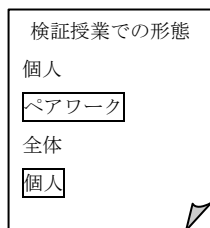
4 検証授業

(1) 検証授業の概要

検証授業は、藤沢市立片瀬中学校第1学年の1クラス(33名)を対象にした。単元は3章「方程式」で、単元で学習する内容がすべて終わった後に、4単位時間設定し、問題解決学習を行った。

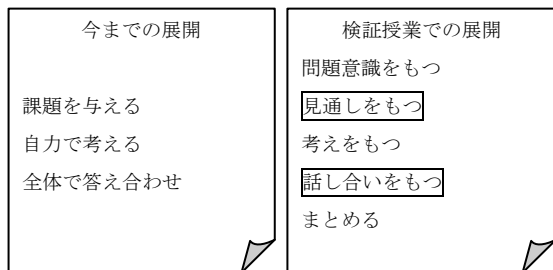
(2) 学習形態と授業展開

過去の自分の実践での学習形態は、個人に問題を与え、全体で答え合わせをすることが多かった。検証授業では、第2図のように、個人で問題と向き合った後に、説明し伝え合うペアワークを取り入れ、その結果を全体で共有し、個人で振り返る、学習形態にした。さらに、1単位時間あたりの授業展開も、第3図のように工夫した。



第2図 学習形態

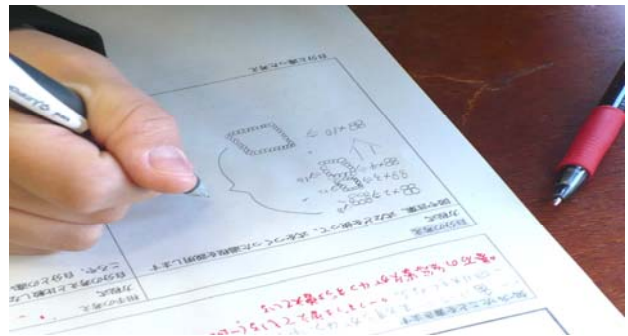
過去の自分の実践での学習形態は、個人に問題を与え、全体で答え合わせをすることが多かった。検証授業では、第2図のように、個人で問題と向き合った後に、説明し伝え合うペアワークを取り入れ、その結果を全体で共有し、個人で振り返る、学習形態にした。さらに、1単位時間あたりの授業展開も、第3図のように工夫した。



第3図 授業展開の比較

生徒に解決するための意欲をもたせ、見通しを立てさせるために、解決方法を考え、全体で意見交流する時間をもった。その中では、教師が解決手順を教えずに、生徒から引き出すことを心掛けた。

また、「考えをもつ」時間では、思考過程を重視することや、図的表現を活用することを意識させた。さらに、思考に沿って自分の考えを記入できるようにワークシートを工夫した(第4図)。



第4図 使用したワークシート

その後、ペアワークの時間、話し合いの結果を全体でまとめる時間をもった。

(3) 検証授業の内容

【第1時】**具体物を操作する活動**…三枚の新聞を掲示板に等間隔で貼るときの一つの間隔を求めさせた。始めに「どのように間隔を求めるのか」と生徒に質問し、解決方法について考えさせた。「計算して求める、実際に貼ってみる、方程式で解く」などの答えがあった。第5図のように、「実際の大きさの1/10に縮尺した掲示板と三枚の新聞」を、実際に切り、貼らせる作業を通して間隔を求めさせた。その後、方程式を利用した問題解決について指示し、方程式を立てた過程をペアワークで説明させた。



第5図 新聞を貼る

「どのように間隔を求めるのか」と生徒に質問し、解決方法について考えさせた。「計算して求める、実際に貼ってみる、方程式で解く」などの答えがあった。第5図のように、「実際の大きさの1/10に縮尺した掲示板と三枚の新聞」を、実際に切り、貼らせる作業を通して間隔を求めさせた。その後、方程式を利用した問題解決について指示し、方程式を立てた過程をペアワークで説明させた。

【第2時】**具体物を操作する活動**…規則的に変化していることに着目させながら基石を並べ、「三つの正方形を比べて気付いたこと」について考えさせた。「総数が四個ずつ増えている、一辺の数が一個ずつ増えている、空白の部分(正方形の辺の内側)の数が二乗になっている」などの意見が出た。さらに第6図のように、基石を20個使ってできる正方形を作らせ、一辺の基石の数と基石の総数との関係を方程式で表記させた。その後、方程式を立てた過程をペアワークで説明させた。



第6図 基石を操作する

【第3時】**図的表現の有効活用**…家から2000m離れた駅まで移動する途中にコンビニエンスストア、A地点、B地点があり、家から駅までの区間を家～A地点、A地点～B地点、B地点～駅の三区間に分けた。コンビニエンスストアの前で進む速さを変え、A、B二地点の通過時間と距離の情報を与え、線分図、速さの関係をまとめる表、式などを使ってコンビニエンスストア

の位置を特定させた。その特定した理由をペアワークで説明させた。

【第4時】**図的表現の有効活用**…自宅からコンビニエンスストアまでの距離を、線分図を書いて条件を整理し、時間、道のり、速さを表にまとめ、そこから相等関係を見つけ、方程式を作り、答えを求めさせた。その解決手順をペアワークで説明させた。

5 結果と考察

(1) 具体物を操作する活動

第1時の課題である「新聞を掲示板に貼ること」は、生徒にとって身近な事例なので、抵抗感なく受け入れられた。また、はさみとのりを使って、実際に紙を切ったり貼ったりする活動を取り入れたので、操作活動を楽しみながら、考える意欲が高まった。そして、全員が三枚の新聞を等間隔に貼り付けることができた。言い換えれば、具体物を操作する活動を通して、自力で問題を解決できたことになる。また、ワークシートの記述を見ると、この体験が、次のステップである方程式を使った問題解決に、スムーズに移行できたことが見取れた。



第7図 思考している様子

第2時は、第1時と比べて難易度が高かったので、苦慮している生徒が多かった。しかし、碁石を並べながら三つの正方形の違いをじっくり考察し、気付いたことをワークシートに記入していた。また、碁石を動かしながら、一辺の数と総数の関係をあきらめずに粘り強く思考している姿（第7図）が最後まで見られた。

さらに、全体のまとめの場面で、二人の生徒が違った意見を述べた。また、第8図のように、碁石の囲い方を変えることによって、方程式が違う型になり、多様な考え方のよさに触れることができた。

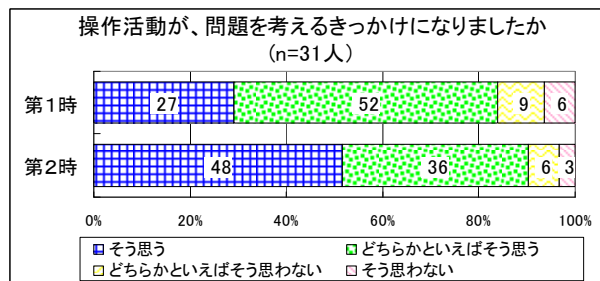


第8図 多様な考え方

〈生徒の記述〉

- 規則性を見つけたら式を立てられることを知った。
- 数学のいいところは、解き方がたくさんあることなので、またこういう授業をやりたいです。
- 最後の最後に、自分の考えを見つけられたとき、うれしかった。

今までの自分の実践で、今回と似た課題を与え、具体物を操作する活動を取り入れないで授業を進めたことがある。生徒はどのように考えたらよいか分からず、支援を求めたり、途中で投げ出したりすることもあった。しかし、今回の検証授業では、具体物を操作する活動を取り入れたため、第9図の数値が示すように、操作活動が問題を考えるきっかけになり、粘り強く思考できることが分かった。



第9図 アンケート結果1

また、自分で考えていることを一つ一つ確認しながら作業を積み重ねていくので、自分の考えを視覚的に確認でき、自分の考えを振り返ることができた。

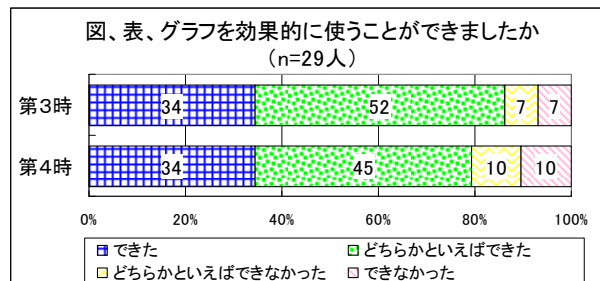
そして教師にとっても、生徒が考えていることが一目で分かり、生徒の理解度が把握しやすく、適切な支援ができることも分かった。

(2) 図的表現の有効活用

第3、4時で使用したワークシートや自由記述を見ても、問題文を読んで線分図や表にすることで、問題の意味が理解しやすいことや、数量関係が把握しやすいことなど、図的表現のよさを実感している生徒が多かった。また、第4時には、ほとんどの生徒が線分図を自力で書けるようになっていた。

〈生徒の記述〉

- 最初は図を書けなかったけど、図を書いたらわかりやすくなることを、改めて知った。
- 図、表→式→答えの順番で解くのが合理的だと思うので、これからもそういう問題をたくさんやりたい。



第10図 アンケート結果2

第10図のように、図的表現を効果的に使うことができた実感している生徒が多かったが、表を書けなくて困っている生徒もいた。表を書けていない生徒は、方程式を作れず、答えが求められないことにつながっ

ていた。第3時の授業では、教師があらかじめ表の枠を作成した後に、各自、空白を埋めさせた。第4時は自力で表を完成させることを目指したが、書けなくて困っている生徒がいた。その原因は、授業前の生徒の実態を的確に把握することができず、表の書き方の指導が徹底できなかったことや、ワークシートを「図→方程式→式を作った過程を説明する→答えを求める」の順で作成したため、表を記入する欄を指定しなかったことが考えられる。

また、自力で解決できなかった生徒は、模範解答や解決方法の説明を聞き「なるほど」と思い、それをワークシートに記入し、「図的表現を効果的に使うことができた」つもりになっていた。しかし、まだ「自分の力」にはなっていなかった。活用するよさは実感できたが、実際に活用するところまでは達していない生徒が多かった。今後も、継続的な取組みと、生徒の理解度に合わせた指導や支援が必要だと感じた。

(3) ペアワーク



第11図 ペアワーク

自分の考えをワークシートに書かせ、第11図のように、それを見ながら相手に説明させ、聞いている方はワークシートに要点をメモさせた。また、自分の考えをもてなかった場合は、途中まででよいことや、どこで困っているのか今の状態を相手に伝えることを指示した。

生徒は、普通の授業の中で、ペアワークをあまり体験していなかったため、興味をもって取り組めたようだ。また、相互評価も客観的に評価できていて、自己評価と相互評価もほぼ一致していた。また、相手へのコメントが丁寧に記入されており、考える意欲の高まりが感じられた。

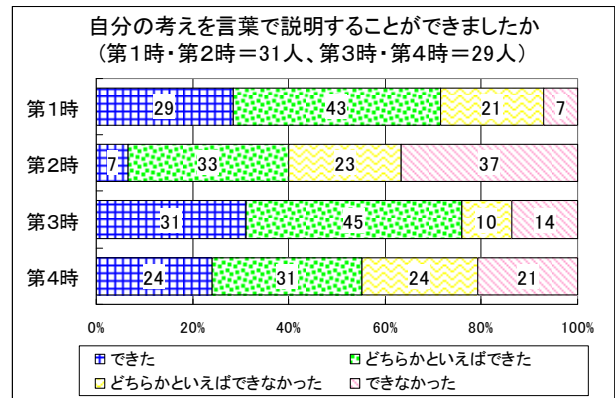
生徒は、普通の授業の中で、ペアワークをあまり体験していなかったため、興味をもって取り組めたようだ。また、相互評価も客観的に評価できていて、自己評価と相互評価もほぼ一致していた。また、相手へのコメントが丁寧に記入されており、考える意欲の高まりが感じられた。

第1時のペアワークでは、7割の生徒が自分の考えを相手に説明できたと実感し、相手から「よくわかった」と評価をもらっている生徒が6割いることから、考えを自分なりに表現でき、自信を深めたようである。

〈生徒の記述〉

- 考えを説明することは、自分で理解しなければできないことなので、「説明できる＝理解できている」ことの証明だと思います。
- 他の人と説明し合うことで、相手は「こういう考えを持っているんだ」など分かり、解く道が大きくなることを実感しました。

しかし、第12図を見て分かるように、「説明できた」「どちらかといえば説明できた」の数値にばらつきがある。これは問題の難易度が影響したと考えられる。ペアワークに臨む前、自分の考えをもてたか、もて



第12図 アンケート結果3

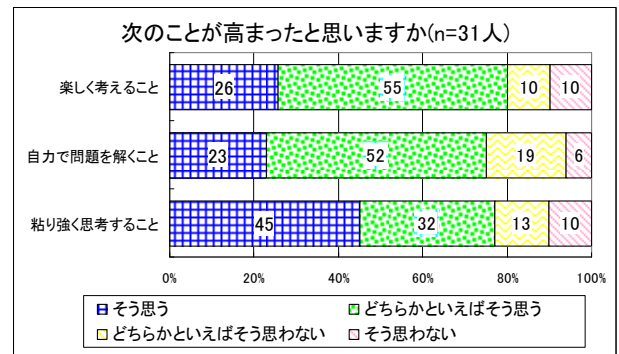
ないかによって、大きく効果が違ってくる。途中まで考えられた状態でペアワークに臨み、相手の意見を聞いて自分の意見が明確になったケースもあったが、二人とも意見がもてず、機能しないペアもあった。ペアワークにおいて、事前の準備を充分に行い、自分の考えをもてた状態で設定することの重要性が明確になった。

自分の考えを説明させることは、全体指導の中でよく行われるが、生徒にとっては高いハードルである。しかし、ペアワークは短時間で手軽にでき、全員が説明する機会をもて、主体的な活動となる。ワークシートに自分の考えを書き、それを見ながら説明させることで、自分の考えを明確にでき、思考を深めることができた。さらに、自分と違う説明を聞くことで、学び合いの場が設定でき、多様な考えに気付かせる効果的な授業形態であることが確認できた。

6 研究のまとめ

(1) 成果

検証授業で目指したことは、数学的活動を通して、考える楽しさを実感させ、問題解決力を高め、粘り強く思考する生徒を育成することである。



第13図 アンケート結果4

第13図のアンケートから、「そう思う」「どちらかといえばそう思う」と答えた生徒の割合は、楽しく考えること(81%)、自力で問題を解くこと(75%)、粘り強く思考すること(77%)となっている。検証授業を通して、それぞれの高まりがあったと実感した生徒が多いことが分かった。

また、事前アンケート（4段階で評価）で、「数学の勉強が好きか」「数学の勉強が楽しいか」「数学の問題をじっくり考えたことがあるか」の三つの問いに対して、どれかに1（そう思わない）と答えた生徒は9人いた。その生徒たちが、操作活動について、どの項目に解答したかを調べてみた。

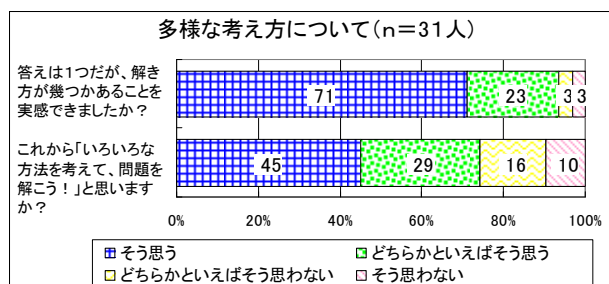
〈操作活動が考えるきっかけになりましたか〉
 4と答えた人数…第1時(5人)、第2時(4人)
 3と答えた人数…第1時(4人)、第2時(4人)
 2と答えた人数…第1時(0人)、第2時(0人)
 1と答えた人数…第1時(0人)、第2時(1人)

事前アンケートで数学の授業に対してあまり興味を示さなかった生徒が、具体物を操作する活動によって、考える意欲が高まり、問題に向かい合ったことが分かった。また、同じ生徒が事後アンケートの自由記述に、次のような感想を書いていた。

〈生徒の記述〉
 ○基石を使ってやるのが分かりやすく良かった。実際やってみると楽しかったし、解きやすかった。
 ○図、表、グラフなどを利用して問題を解いたら、簡単にできました。
 ○いくつか解決する手順を知っておくと、一つで行き詰まっても、もう一つで解決できるので、便利だと思いました。

思考過程を重視する授業展開の中で、具体物を操作する活動、図的表現の活用、ペアワークを取り入れ、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感させながら、「見通しを立てること」「書くこと」「説明すること」を繰り返した。その結果、考えることの楽しさを実感でき、問題解決力が高まり、粘り強く思考する態度を育てることができた。そして、数学科の目標の中にある「活用して考えたり判断したりしようとする態度」が育ったことも、生徒の変容から確認できた。

(2) 課題



第14図 アンケート結果5

授業の中で、生徒から解決方法を幾つか引き出し、その方法を実際に取り上げて問題解決したため、第14図のように多様な解き方のよさは実感できた。そして、「これからいろいろな方法を考えて問題を解こうと思っている」生徒は、「そう思う」と「どちらかといえばそう思う」を合わせて74%おり、全体の7割を超え

た。問題に向かい合ったときに、幾つかの解決方法の中から適切な方法を選択し、活用していくことが、粘り強く思考する上で大切である。しかし、約26%の生徒の意識を高められなかったことが、課題として残った。今後、多様な考え方を追究する態度を育てていくための具体的な指導方法を探っていきたい。

今回の検証授業では、問題を解決するための方法や見通しの立て方を学ばせ、問題解決力を高め、考える楽しさを実感させることができた。そして、粘り強く思考する態度を育てることができた。生徒を更に上の段階に導くために、行き詰まっている生徒への適切な支援方法や、全体指導の中でヒントを出すタイミングや内容などの工夫が必要だと考えた。

おわりに

今まで自分が担当した生徒たちは、「分かる=楽しい」「分からない=苦手である」と考えることが多かった。今回の研究で求めてきたことは、結果がすべてではなく、問題を考える過程を大事にし、その中で考える楽しさを実感し、問題解決力を高めながら、問題と向き合う粘り強さを身に付けることだった。そのことを実現するための手立てとして、教材の工夫、数学的活動、とりわけ具体物を操作する活動、図的表現の活用、ペアワークの効果が大きいことが分かった。

今後は、知識・技能を習得させる時間とのバランスを考えながら、単発な取組みに終わらず継続的な指導を目指すために、年間指導計画や3年間を見通したカリキュラムを作っていきたい。

引用文献

- 中央教育審議会 2008 「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）」p.14
- 文部科学省、国立教育政策研究所 2008 「平成20年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」p.39
- 文部科学省 2008 『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版
- 中原忠男 1995 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社
- 平岡忠 1982 『操作的活動を生かした授業』明治図書 p.19

参考文献

- 神奈川県立総合教育センター 2008 『「問題解決能力」育成のためのガイドブック ～「習得・活用・探求」への授業づくり～』